Utilisation de MuPAD-Combinat en recherche

Jean-Christophe Novelli

Université Paris-Est

Fonctions symétriques non commutatives

Contexte : algèbre non-commutative libre engendrée par les variables S_i avec $i \geq 1$. Généralise les fonctions symétriques.

Une base : S_I où I est une *composition*, soit n'importe quelle suite d'entiers ≥ 1.

Une autre base, les R_I définis sur l'exemple :

$$S_{3112} := R_{3112} + R_{412} + R_{322} + R_{313} + R_{52} + R_{43} + R_{34} + R_7. \tag{1}$$

Les bases de Tevlin

Tevlin a défini une base M par la formule suivante :

$$nM_I := \psi_{i_1} M_{i_2,\ldots,i_k} - \psi_{i_1+i_2} M_{i_3,\ldots,i_k} + \cdots + (-1)^k \psi_{i_1+\cdots+i_k}. \tag{2}$$

Il a aussi défini une base F où $F \to M$ par l'algorithme transposé de $S \to R$.

Conjecture [juin 2007] : le développement des R_I sur les F_I (et donc sur les M_I) est à coefficients positifs.

Implémentation en MuPAD-Combinat

```
(dom::M, dom::Psi) =
      proc(comp: compositions) : dom::Psi
          local i;
      begin
          if   nops(comp) = 0 then dom::Psi::one
          elif nops(comp) = 1 then dom::Psi::term(comp)
          else
              dom::Psi::multcoeffs(dom::Psi::plus
               (dom::Psi::mult2(dom::Psi::monomial(Rng((-1)^(i-1)),
               [_plus(op(comp[1..i]))]),
                                dom::Psi(dom::M(comp[i+1..nops(comp)])))
                $ i=1..nops(comp)
               ),
               1/nops(comp))
          end_if;
      end_proc,
```

Questions à l'ordinateur

On peut maintenant poser les questions...

Matrice du changement de base des M vers les F ?

Somme totale ?

Somme par colonne ?

Somme par ligne ?

Coefficient particulier ?

Conclusion

À l'aide de MuPAD-Combinat, on a pu expérimenter en 15' chrono.

Après, il a fallu trouver la bonne question à poser...

Ensuite, les nombres de Genocchi sont sortis et la combinatoire s'est éclairée.

Enfin, arXiv/math.CO/0710.0447 est apparu sur le web.

$$\boxed{\textbf{Merci de votre attention !}}$$