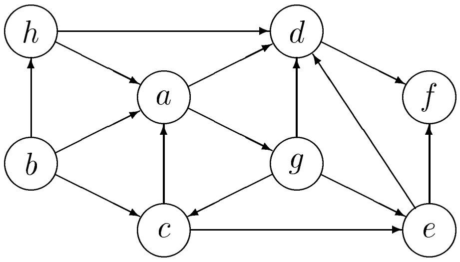
Université de Marne-la-Vallée

Licence d'informatique et d'I.U.P.
Examen d'algorithmique

Mars 1999, durée : 2h

Seule la consultation des supports de cours, travaux dirigés et travaux pratiques est autorisée pendant le contrôle. Chacune des dix questions compte pour deux points.

Exploration

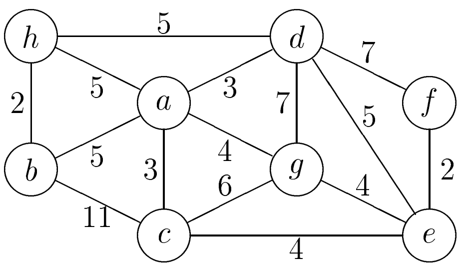


1. Décrire la forêt de l'exploration en profondeur du graphe ci-dessus (on considérera les nœuds dans l'ordre alphabétique à chaque fois que cela est nécessaire). Quel sont les arcs arrière, les arcs avant et les arcs de traverse de l'exploration ?
2. Calculer les composantes fortement connexes du graphe, et expliquer comment on peut les obtenir à partir de la forêt de la question précédente.

Automate

3. Détailler les étapes du calcul de l'automate reconnaissant le langage L décrit par l'expression rationnelle $\mathtt{a}(\mathtt{c}^* + \mathtt{a})^*\mathtt{b}$.
4. Simuler l'automate déterministe équivalent à l'automate précédent pour rechercher un mot du langage L au sein du texte `bcbacacababa`. On détaillera les étapes du calcul.
5. Donner l'automate minimal qui reconnait le langage L.

Arbre recouvrant



6. Pour le graphe ci-dessus, décrire les étapes du calcul d'un arbre recouvrant de poids minimal par l'algorithme de Prim (on considérera les nœuds dans l'ordre alphabétique à chaque fois que cela est nécessaire).
7. Quel le temps d'exécution de l'algorithme de Prim appliqué à un graphe à n sommets? Justifiez la réponse.
8. Décrire les étapes du calcul d'un arbre recouvrant de poids minimal par l'algorithme de Kruskal (on considérera les nœuds dans l'ordre alphabétique à chaque fois que cela est nécessaire).

Recherche d'un mot

Pour un mot $x \in A^+$ de longueur n ($x = x[1]x[2]\ldots x[n]$ et $x[1],x[2],\ldots,x[n] \in A$), on note $bord_x : \{1,2,\ldots,n\} \longrightarrow \mathbf{N}$ la table définie, pour $i = 1,2,\ldots,n$, par

$$bord_x[i] = \max\{|u| : u \text{ préfixe et suffixe de } x[1]x[2]\ldots x[i], u \neq x[1]x[2]\ldots x[i]\}.$$

9. Calculer la table $bord_y$ pour $y =$ `aabaabaaabca`.
   Pour $x \in A^+$, indiquer comment trouver ses préfixes qui sont de la forme uu, $u \in A^+$, au moyen de la table $bord_x$? Quel est le temps de calcul de votre méthode?
10. Écrire un algorithme qui teste si x est de la forme $yuuz$, où $y,z \in A^*$ et $u \in A^+$. Quel est son temps d'exécution?