Université de Marne-la-Vallée

Licence d'informatique et d'I.U.P.
Examen d'algorithmique

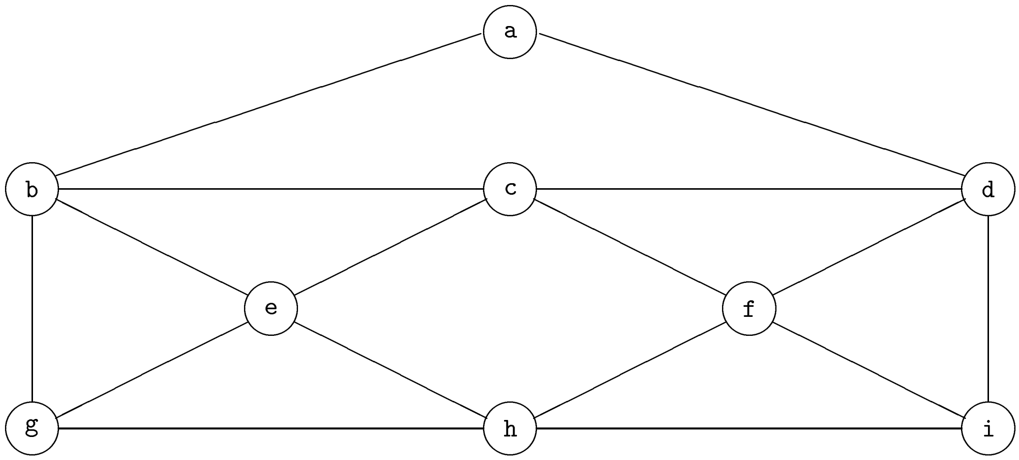
Mai 2000, durée : 2h

Seule la consultation des supports de cours, travaux dirigés et travaux pratiques est autorisée pendant le contrôle.
Chacune des questions compte pour deux points

Chemin eulérien

Dans un graphe non orienté, un chemin eulérien est un chemin qui contient une fois et une seule chaque arête du graphe.

1. Quelles sont les origines possibles d'un chemin eulérien dans le graphe non orienté ci-dessous. Décrire une suite d'arêtes formant un chemin eulérien.
2. Indiquer comment trouver un cycle de longueur strictement positive dans un graphe non orienté dont chaque sommet a un degré pair non nul.
3. Montrer qu'un graphe non orienté connexe possède un cycle eulérien si et seulement si chacun de ses sommets est de degré pair.
4. Écrire un algorithme de calcul de cycle eulérien pour un graphe qui satisfait aux conditions de la question 3.



Sous-mots

Soient deux mots x et y supposés déclarés en C par :

```
char x[100]; char y[100];
```

5. Écrire en langage C une fonction qui teste si x est un sous-mot de y.
6. Écrire en langage C une fonction qui calcule $lsc(x,y)$, la longueur maximale des sous-mots communs à x et y.
7. Calculer la table $T_{x,y}$ relative aux mots $x =$ `agctga` et $y =$ `cagatcagag` et définie par

$$T_{x,y}[i,j] = lsc(x[0]x[1]\mathinner{.\,.}x[i-1],y[0]y[1]\mathinner{.\,.}y[j-1])$$

pour $i = 0,1,\ldots,|x|$ et $j = 0,1,\ldots,|y|$. (Pour $i = 0$, on convient que $x[0]x[1]\mathinner{.\,.}x[i-1]$ est le mot vide ; même convention avec $y[0]y[1]\mathinner{.\,.}y[j-1]$ quand $j = 0$.)
8. Quels sont les plus longs sous-mots communs à `agctga` et `cagatcagag` ? Indiquer comment calculer un sous-mot commun à x et y et de longueur $lsc(x,y)$ à partir de la table $T_{x,y}$.

Distances

9. Tracer l'exécution de l'algorithme de Dijkstra sur le graphe orienté ci-dessous dont la source est le nœud `a`.
10. Donner, pour chaque nœud du graphe ci-dessous, sa distance à la source `a`. Dessiner un arbre des plus courts chemins issus de `a` ?
11. Donner les conditions d'application de l'algorithme de Dijkstra. Indiquer quel est son temps d'exécution et avec quelles structures de données celui-ci est obtenu.