

Examen de théorie de l'information
Université de Marne-la-Vallée. Master 1 informatique
Janvier 2012. Durée 2 heures. Documents autorisés.

Les exercices sont indépendants.

Exercice 1.— 6 points

Soit $g(x) = 1 + x + x^4$ un polynôme de $\mathbb{F}_2[x]$.

- a) Montrer que ce polynôme est primitif.
- b) Décrire un schéma de codage de Hamming défini à partir de ce polynôme. Donner le taux de transmission de ce codage. Dessiner le registre à décalage du codeur et du décodeur. Combien y a-t-il de bits d'information et de bits de correction dans un mot du code ?
- c) Décoder le bloc 000111010000000 en faisant l'hypothèse qu'au plus une erreur est survenue sur le bloc.

Exercice 2.— 3 points

Montrer que pour deux mots distincts d'un code de Hamming c_1 et c_2 , on a $d(c_1, c_2) \geq 3$ où d est la distance de Hamming entre deux mots de même longueur, c'est-à-dire le nombre de bits distincts de c_1 et c_2 .

Exercice 3.— 6 points

On considère un codage de convolution de taux de transmission 1 : 2 défini de la façon suivante. Chaque bit i_n est codé par un bloc de deux bits $(t_n^{(0)}, t_n^{(1)})$. Ces bits sont calculés modulo 2 par les formules suivantes

$$\begin{aligned}t_n^{(0)} &= i_{n-3} + i_{n-2} + i_{n-1} + i_n, \\t_n^{(1)} &= i_{n-3} + \quad + i_{n-1} + i_n.\end{aligned}$$

- a) On considère que la suite codée passe dans un canal bruité. Dessiner le transducteur de codage.
- b) Faites tourner l'algorithme de décodage de Viterbi pour décoder la suite 00 10 11 01 11. Combien cette suite comportait-elle d'erreurs ?
- c) Quelle est la distance libre de ce codage de convolution ? Pourquoi ?

Exercice 4.— 5 points

On considère un mot w (qui se termine par \$) tel que la transformée de Burrows-Wheeler de w est $BWT(w) = tgcc$ggaaaac$. On rappelle que la lettre \$ est supposée inférieure à toute autre lettre du mot.

- a) Retrouvez le mot w et indiquez le calcul effectué pour le retrouver.
- b) Quel est l'espace mémoire nécessaire pour retrouver un mot w à partir du mot $BWT(w)$ de taille n ?